

*Physikalisches Seminar:
Supraleitung*

Elektrische Spannungsvergleiche auf 10^{-10} genau

von Andreas Jung



Institut für Technische Physik

WS 97/98

Gliederung

- ◆ Einleitung

Schwach gekoppelte Supraleiter
(z.B. SL-I-SL-Kontakt)

- ◆ Theoretische Betrachtungen

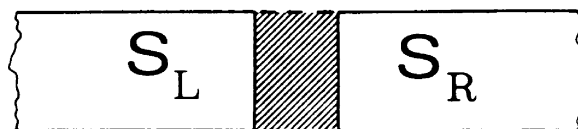
Josephson-Gleichungen &
Lösungen im elektrischen Gleichfeld
↳ AC-Josephson-Effekt

- ◆ Technische Realisationen &
Anwendungen

Weltweit neues Spannungsnormal
auf 10^{-10} genau

Einleitung

Realisation schwach gekoppelter Supraleiter, z.B. durch einen SL-I-SL-Kontakt:



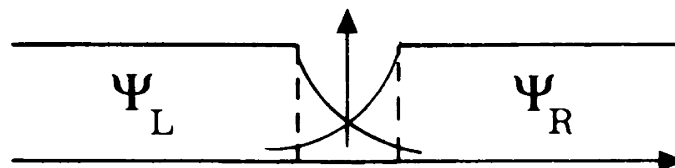
Brian Josephson zeigte 1962 in einer theoretischen Arbeit, daß das Tunneln von *Cooperpaaren* durch eine Barriere möglich sei.

Voraussetzung ist die starre Phasenkorrelation der Cooperpaare im gesamten Supraleiter:

$$\psi = \sqrt{n} \cdot e^{i\varphi} \quad \text{mit} \quad n = |\psi|^2 = \text{Cooperpaardichte} \\ \varphi = \text{Phase}$$

“Makroskopischer Quantenzustand aller Cooperpaare”

Bei schwacher Koppelung der Supraleiter überlappen sich die beiden Wellenfunktionen der beiden Cooperpaarsysteme



Theoretische Betrachtungen (1)

Bei Koppelung müssen beide Cooperpaarsysteme im stationären Zustand die Schrödingergleichungen

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial \psi_L}{\partial t} &= E_L \psi_L + K \psi_R \\ i\hbar \frac{\partial \psi_R}{\partial t} &= E_R \psi_R + K \psi_L \end{aligned} \quad \text{mit} \quad \begin{aligned} E_{L/R} &= \text{Elektronenenergien} \\ K &= \text{Koppelungskonstante} \end{aligned}$$

erfüllen.

Aus Real- und Imaginärteil erhält man die beiden folgende Beziehungen:

$$(1) \quad \frac{\partial n_L}{\partial t} = \frac{2K}{\hbar} \sqrt{n_L n_R} \sin(\varphi_R - \varphi_L) = -\frac{\partial n_R}{\partial t}$$

$$(2) \quad \frac{\partial}{\partial t}(\varphi_R - \varphi_L) = -\frac{1}{\hbar}(E_R - E_L)$$

aus (1) kann der Stromfluß hergeleitet werden:

$$j = q \cdot \frac{V}{A} \cdot \dot{n} \quad \Rightarrow$$

$$I_{SL} = I_{SL,\max} \cdot \sin(\varphi_R - \varphi_L) \quad \text{mit} \quad I_{SL,\max} = \frac{4 K e V n_{SL}}{\hbar}$$

Theoretische Betrachtungen (2)

Wechselstrom-Josephson-Effekt:

Josephson machte eine erstaunliche Voraussage:

“Wird an den Kontakt eine Spannung U_{SL} angelegt, so fließt unter dieser Bedingung ein *hochfrequenter Wechselstrom*.”

Die angelegte Spannung bewirkt eine Verschiebung der Energieniveaus um $2eU_{SL}$, sodaß $E_R - E_L = 2eU_{SL}$ ist.

In (2) eingesetzt:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varphi_R - \varphi_L) = -\frac{1}{\hbar}(E_R - E_L) = -\frac{2eU_{SL}}{\hbar}$$

Durch Integration folgt:

$$\varphi_R - \varphi_L = \Delta\varphi_0 + \frac{2eU_{SL}}{\hbar} \cdot t = \Delta\varphi$$

Die Änderung der Phasendifferenz verursacht einen Wechselstrom am Kontakt:

$$I_{SL} = I_{SL,\max} \cdot \sin\left(2\pi \cdot t \cdot \frac{2eU_{SL}}{h} + \Delta\varphi_0\right)$$

“Josephson-Wechselstrom”

Theoretische Betrachtungen (3)

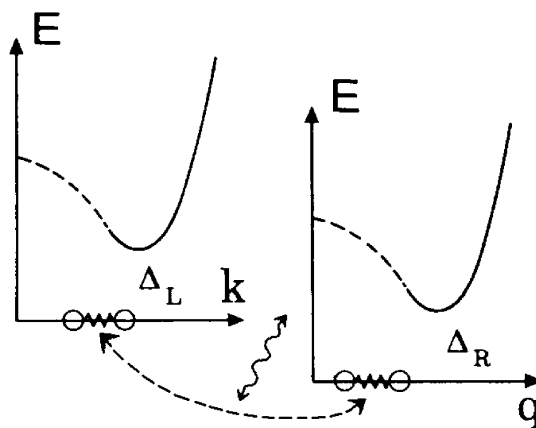
Wechselstrom(AC)-Josephson-Effekt:

$$I_{SL} = \frac{4 K e V n_{SL}}{\hbar} \cdot \sin\left(2\pi \cdot t \cdot \frac{2eU_{SL}}{h} + \Delta\varphi_0\right)$$

$$V_{Josephson} = \frac{2e}{h} \cdot U_{SL} = 483594,0 \frac{GHz}{V} \cdot U_{SL}$$

$$\text{seit 1.1.1990: } \frac{2e}{h} = 483597,9 \frac{GHz}{V}$$

Anschauliche Erklärung (Cooperpaartunneln):



Wie kann man den Wechselstrom nachweisen ?

↳ Mikrowellenstrahlung

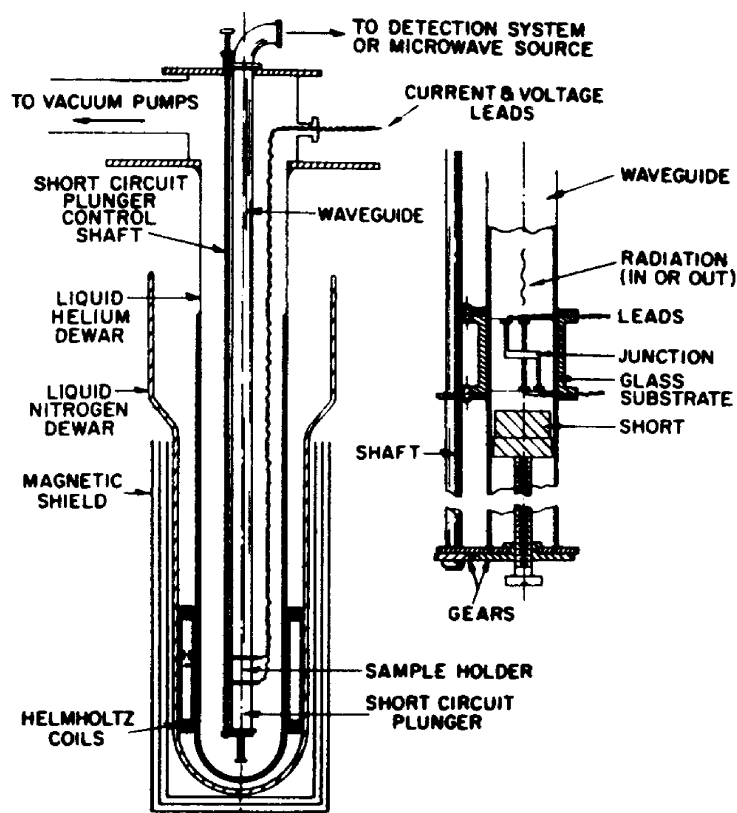
Technische Realisationen (1)

Nachweis des Wechselstroms:

Direkt:

Die entstehende Mikrowellenstrahlung wird mit einem Hohlleiter zum Detektor geführt.

$$P_{\text{Kontakt}} \approx 10^{-7} \text{ W} \Rightarrow P_{\text{Detektor}} \approx 10^{-11} - 10^{-13} \text{ W}$$

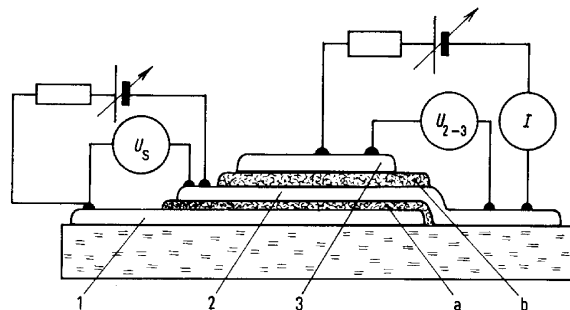


⇒ Sehr schwierig... aber möglich!

Technische Realisationen (2)

Direkt / Indirekt:

Nachweis der Strahlung in einem zweiten Tunnelkontakt

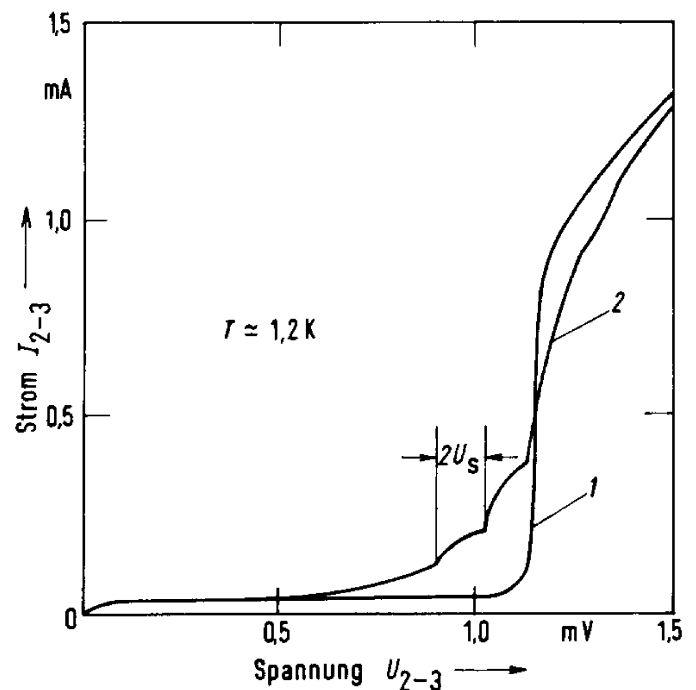


durch Veränderung des Tunnelstroms für *Einzelelektronen*.

↳ Photonen unterstützter (photon assisted) Tunnelprozeß

$$U_n = \Delta_R + \Delta_L - n \cdot h \nu_{Josephson}$$

$$\Delta U = \frac{h}{e} \cdot \nu_{Josephson} = 2 \cdot U_{SL}$$



Technische Realisationen (3)

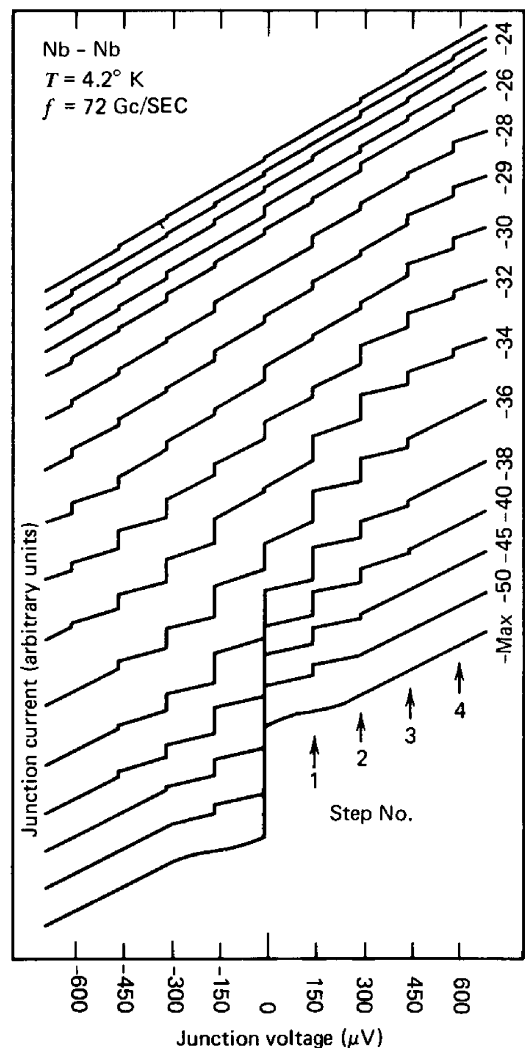
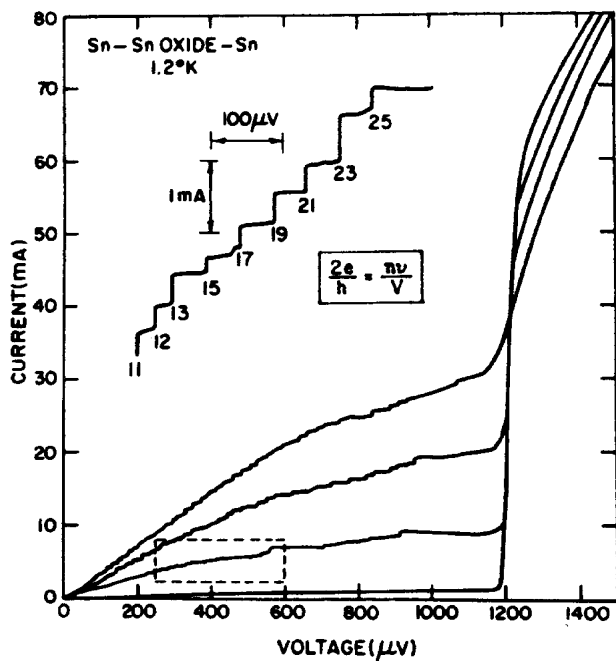
Indirekt:

Bei Einstrahlung einer Mikrowelle in den Kontakt treten Stufen konstanter Spannung auf:

$$U_n = n \cdot \frac{h}{2e} \cdot \nu_{\text{Mikrowelle}}$$

$$\Delta U = \frac{h}{2e} \cdot \nu_{\text{Mikrowelle}}$$

↪ Spannungsnormal !



Technische Realisationen (4)

Ein einzelnes Tunnelement kann stabile Spannungen bis zur 7.Stufe ($7 \cdot 145 \mu\text{V} \approx 1\text{mV}$ bei 70GHz) erzeugen.
Zur Erzeugung von Referenzspannungen in der Größenordnung von einigen Volt benötigt man eine Reihenschaltung von vielen Josephsonelementen.

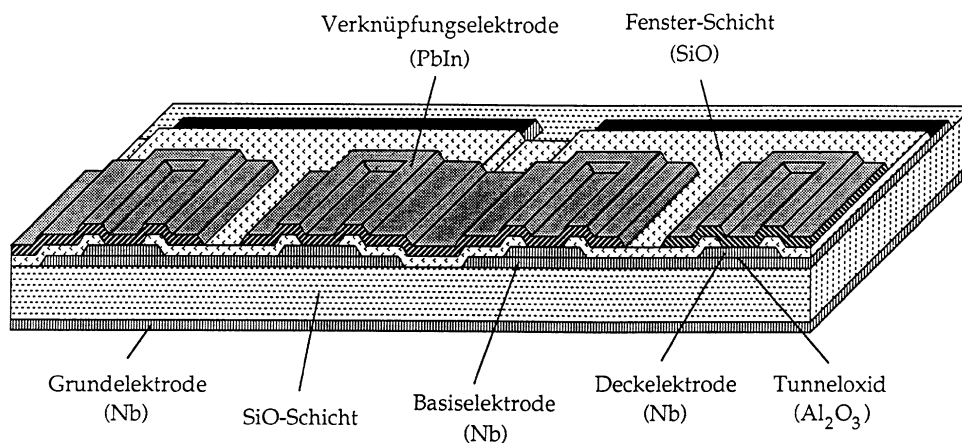
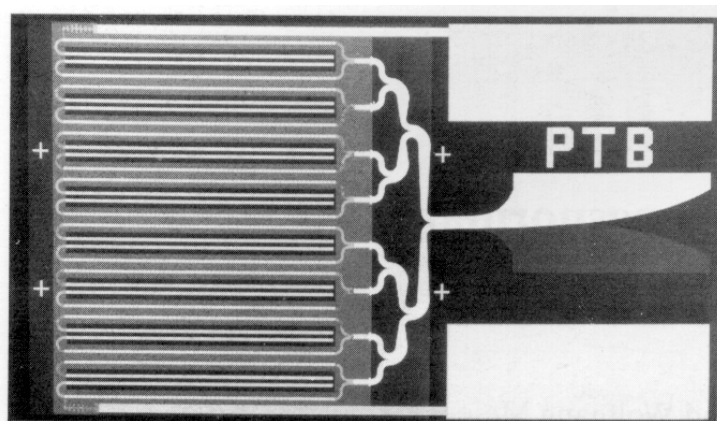


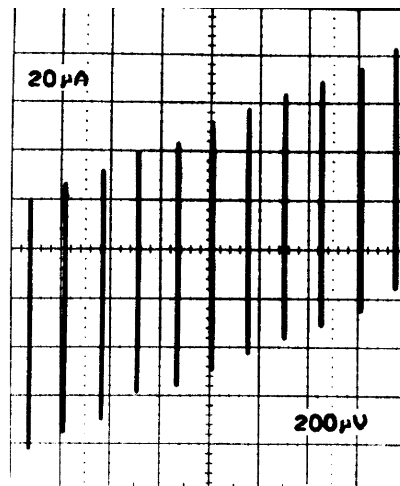
Bild 2 Schnitt durch einen Streifenleitungsarm, nicht maßstabsgerecht

Abmessungen:
10mm x 16mm
2000 Elemente



Technische Anwendungen (1)

Typische Gleichstromkennlinie einer 1V-Josephson-schaltung mit 2000 Tunnelkontakten bei etwa 1,018V:



Wofür Josephsonschaltung und welche Genauigkeit ?

- ◆ Weltweites Spannungsnormale für Präzisionsmessungen
- ◆ Vergleich der Josephson-Spannung mit bestehenden Spannungsnormalen (Weston-Zelle & Zenerreferenz)
- ◆ Linearitätsmessungen an Digitalmultimetern

- ◆ Hohe Genauigkeit durch genaue Frequenzmessung
- ◆ Hohe Stabilität während der Meßzeit
- ◆ Hohe Reproduzierbarkeit

Technische Anwendungen (2)

Genauigkeit:

- ◆ Zwei Josephson-Normale mit selber Mikrowellenquelle bei $\sim 1\text{V}$ und He-Temperatur werden mit Hilfe eines SQUIDs verglichen:
 - Spannung stimmen mindestens auf $2 \cdot 10^{-17}$ überein!
- ◆ Vergleich mit früheren Spannungsnormalen:
 - Früher konnte das Volt mit einer Unsicherheit von 8000nV/V dargestellt werden, heute:
 - Weston-Zelle mit Unsicherheit von $1,4\text{ nV}$
 - Zenerreferenz-Normale auf $6,2\text{nV}$ (bei 1V)(Vergleich durch Nanovoltmeter als Nulldetektor)
- ◆ Zwei unabhängige Josephson-Normale bei Raumtemperatur und $1,018\text{V}$ mit einer Meßunsicherheit von $4 \cdot 10^{-10}$ (bedingt durch Rauschen des Nanovoltmeters)
- ◆ $8\frac{1}{2}$ -Stellen-Digitalmultimeter (z.B. HP 3458A) hat eine Abweichung von der Linearität (Meßbereich: -10V bis 10V) von $< 1 \cdot 10^{-7}$

Technische Anwendungen (3)

Stabilität:

- ◆ Bei der Vermessung einer Zenerreferenz-Normale auf der 68751. Stufe für 80 min stabil !
- ◆ Stabilität der Zenerreferenz: 250 nV / Monat

Interesse der PTB:

Def. Ampere: “Ist die Stärke eines konstanten elektrischen Stromes, der, durch zwei parallele, geradlinige, unendlich lange und im Vakuum im Abstand 1 Meter voneinander angeordnete Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigem Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern je 1 Meter Leiterlänge die Kraft $2 \cdot 10^{-7}$ Newton hervorrufen würde.”

Die drei SI-Einheiten (Volt, Ohm, Ampere) können nun um viele Größenordnungen genauer gemessen werden, da:

- ◆ Volt durch Josephson-Normale auf mind. $4 \cdot 10^{-7}$ (1990),
- ◆ Ohm durch Hall-Widerstand auf mind. $2 \cdot 10^{-7}$ (1990) definiert sind.

Literaturhinweise

- [Baro82] A. Barone, G. Paterno: “Physics and Applications of the Josephson Effect”, John Wiley & Sons 1982
- [Brau90] E. Braun: “Mikrochips werden Normale”, Phys. Blätter 46 (1990) 58
- [Buck90] W. Buckel: “Supraleitung (Grundlagen und Anwendungen”, VCH 1990, 4. Auflage
- [Pöpe91] R.Pöpel et al.: PTB Mitteilungen 101, 2 (1991) 87